

Министерство сельского хозяйства РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный аграрный университет»  
(ФГБОУ ВО СПбГАУ)

Кафедра математики, информатики и статистики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 Г.Г. Булгакова

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«МАТЕМАТИКА»  
(приложение к рабочей программе)**

Направление подготовки бакалавра  
**35.03.04 АГРОНОМИЯ**

Тип образовательной программы  
**Академический бакалавриат**

Направленность (профиль) образовательной программы  
**Агрономия**

Санкт-Петербург  
2017

Автор

Ст. преподаватель

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

Сукманова Е. С.

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы	4
2.	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
3.	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	9
4.	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	23

# 1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций, отраженных в карте компетенций:

Код компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (знать, уметь, владеть)	Этапы формирования компетенции в процессе освоения образовательной программы*	Виды занятий для формирования компетенции**	Оценочные средства для проверки формирования компетенции***
ОП К – 2	Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	<p><b>знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия и инструменты линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики и теории вероятностей;</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать математические методы обработки экспериментальных данных в агрономии;</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью самостоятельно работать с теоретическим материалом и его применением современного математического инструментария при решении практических задач.</li> </ul>	1, 2	лекция, практические занятия, самостоятельная работа	Индивидуальные РГР, контрольные работы, теоретические вопросы

## 2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

### 2.1 Показатели и критерии оценивания компетенций

Компетенция	Этап формирования компетенции	Показатели и критерии оценивания				Оценочные средства для проверки формирования компетенции***	
		отсутствие усвоения (ниже порогового)	неполное усвоение (пороговое)	хорошее усвоение (углублённое)	отличное усвоение (продвинутое)	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ОПК – 2 Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования							
знать	1, 2	не знает основные понятия и инструменты линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики и теории вероятностей	в основном ориентируется в основных понятиях и инструментах линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики и теории вероятностей	знает основные понятия и инструменты линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики и теории вероятностей	отличное знание основных понятий и инструментов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дискретной математики и теории вероятностей	Индивидуальные РГР, контрольные работы	теоретические вопросы
уметь	1, 2	не умеет использовать	частично умеет использовать	способен использовать	отлично умеет использовать	Индивидуальные РГР,	теоретические вопросы

		математические методы обработки экспериментальных данных в агрономии	математические методы обработки экспериментальных данных в агрономии	математические методы обработки экспериментальных данных в агрономии	математические методы обработки экспериментальных данных в агрономии	контрольные работы	
владеть	1, 2	не владеет способностью самостоятельно работать с теоретическим материалом и его применением современного математического инструментария при решении практических задач	частично владеет способностью самостоятельно работать с теоретическим материалом и его применением современного математического инструментария при решении практических задач	владеет способностью самостоятельно работать с теоретическим материалом и его применением современного математического инструментария при решении практических задач	свободно владеет способностью самостоятельно работать с теоретическим материалом и его применением современного математического инструментария при решении практических задач	Индивидуальные РГР, контрольные работы	теоретические вопросы

## 2.2 Шкала оценивания компетенций

### Оценочное средство – РГР

#### Шкала оценивания:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если работа выполнена полностью, без ошибок и сразу даны правильные ответы на дополнительные вопросы;
- оценка «хорошо» работа выставляется обучающемуся, если работа выполнена полностью, но допущены незначительные ошибки или недочёты в выкладках, которые сразу были исправлены после замечания преподавателя; даны правильные ответы на дополнительные вопросы;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если допущены ошибки или недочёты в выкладках, но учащийся может их исправить и ответить на дополнительные вопросы с использованием учебных пособий: учебника, методические указания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

### Оценочное средство – контрольная работа

#### Шкала оценивания:

#### контрольная работа №1

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если работа выполнена полностью;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если задания № 1 и № 2 а) выполнены указанными методами и выполнены задания 3 - 5 или задание 2 б);
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнены задания № 1 и № 2 а) (любым методом) и задание № 6.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнен необходимый минимум заданий (на оценку «удовлетворительно»).

#### контрольная работа № 2

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если работа выполнена полностью;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если работа выполнена с незначительными ошибками;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнены следующие задания: № 1 а); № 2 а); № 3 (3 любые задания из 5); № 4 а)
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнен необходимый минимум заданий (на оценку «удовлетворительно»).

### контрольная работа № 3

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно выполнены задания №1 - №6 и любые 4 задания из дополнительных (№7 - №11);
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно выполнены задания №1 - №6 и любые 2 задания из дополнительных (№7 - №11);
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнены задания №1 - №6
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнен необходимый минимум заданий (на оценку «удовлетворительно»).

### контрольная работа № 4

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно выполнены задания №1, №3 - №6, №8 и любые 3 задания из дополнительных (№7, №9 - №11);
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно выполнены задания №1, №3 - №6, №8 и любые 2 задания из дополнительных (№7 - №11);
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнены задания №1 - №6;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнен необходимый минимум заданий (на оценку «удовлетворительно»).

### контрольная работа № 5

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно выполнены 4 любые задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнены 3 любые задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнен необходимый минимум заданий (на оценку «удовлетворительно»).

### Оценочное средство теоретические вопросы

#### Шкала оценивания:

- оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он усвоил предусмотренный программный материал; правильно ответил на вопросы и выполнил предложенные преподавателем практические задания без ошибок;
- оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если учащийся не может ответить на вопросы или выполнить предложенные преподавателем практические задания.
- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он прочно усвоил программный материал; правильно, аргументировано ответил на все

вопросы, с приведением примеров; теорию связывает с практикой и другими темами данного курса, без ошибок выполнил практические задания, по уровню сложности соответствующие оценке 5 в контрольной работе и ответил на дополнительные вопросы;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он усвоил предусмотренный программный материал; правильно ответил на вопросы, без ошибок выполнил предложенные преподавателем практические задания, по уровню сложности соответствующее оценке 4 в контрольной работе и ответил на предложенные преподавателем дополнительные вопросы;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он по каждому вопросу билета без ошибок выполнил предложенные преподавателем практические задания, по уровню сложности соответствующие оценке 3 в контрольной работе и ответил на предложенные преподавателем дополнительные вопросы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если учащийся не может выполнить необходимый минимум заданий (на оценку «удовлетворительно»).

### **3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **3.1 Индивидуальные РГР**

##### **Элементы аналитической геометрии на плоскости**

РГР № 1. Прямая на плоскости.

Дан треугольник с вершинами  $A(-2; 0)$ ,  $B(2; 6)$  и  $C(7; 1)$ .

Найти:

- 1) Уравнение сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ .
- 2) Длины сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ .
- 3) Вычислить внутренние углы треугольника.
- 4) Уравнение высоты  $AD$ , проведённой из вершины  $A$  к стороне  $BC$ .
- 5) Координаты точки  $D$ : точки пересечения высоты и стороны  $BC$ .
- 6) Уравнение медианы  $CE$ , проведённой из вершины  $C$ .
- 7) Уравнение прямой  $AP$ , проходящей через вершину  $A$ , параллельно стороне  $BC$ .
- 8) Координаты точки  $M$ : точки пересечения высоты и медианы.
- 9) Длину высоты  $AD$ .
- 10) Площадь треугольника  $ABC$ .

РГР № 2. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола)

Даны уравнения кривых 2 порядка:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x - 12y + 33 = 0; & \quad 64x^2 + 25y^2 - 1600 = 0; & \quad 25x^2 - 4y^2 - 100 = 0; \\x^2 - 12y = 0; & \quad x^2 + 16y = 0; & \quad y^2 - 14x = 0; & \quad y^2 + 10x = 0\end{aligned}$$

Для выполнения расчётно-графической работы необходимо:

1. Выписать уравнение кривой второго порядка (выдаётся преподавателем).
2. Определить и написать тип кривой второго порядка.
3. Привести уравнение кривой к каноническому виду.
4. Для окружности:
  - a) выписать координаты центра и радиус
  - b) написать уравнение окружности, симметричной данной относительно координатных осей или начала координат
  - c) выписать координаты центра и радиус для каждой из новых окружностей
  - d) начертить эти окружности на одном чертеже
5. Для эллипса и гиперболы:
  - a) выписать параметры  $a$ ,  $b$
  - b) определить ось, на которой будут расположены фокусы
  - c) выписать координаты вершин
  - d) вычислить и выписать фокусное расстояние, эксцентриситет, фокальный параметр
  - e) выписать координаты фокусов
  - f) написать уравнения директрис.
  - g) изобразить полученную линию второго порядка, а также фокусы и директрисы (для гиперболы – и асимптоты)
6. Для парабол:
  - a) найти фокальный параметр
  - b) определить ось, на которой будет расположен фокус
  - c) выписать координаты вершины
  - d) выписать координаты фокуса
  - e) написать уравнение директрисы
  - f) изобразить полученную линию второго порядка, а также фокус и директрису

### Математический анализ

РГР № 3. Исследование функции и построение её графика

- 1) Построить график функции  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 60x + 6$ .
- 2) Построить график функции  $y = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$ . Дополнительное задание (на оценку 4).
- 3) Построить график функции  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{1 - x}$ . Дополнительное задание (на оценку 5).

РГР № 4. Метод наименьших квадратов

1. Найти функциональную зависимость вида  $y = ax + b$ .

$x$	-2	0	1	2	4
$y$	0,5	1	1,5	2	3

2. Найти функциональную зависимость вида  $y = ax + b$  и  $y = ax^2 + bx + c$  и выбрать лучшую из зависимостей.

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$	1,2	2,1	1,9	3,8	4,8	4,2	5,0	4,4

РГР № 5 Экстремум функции 2 переменных. Дополнительное задание (на оценку 4-5).

Исследовать на экстремум функцию  $z = 2x^2 + y^2 + xy + 5x - 4y + 10$ .

### Теория вероятностей

РГР № 6. Дискретная случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x$	-3	2	3	5	7
$y$	0,2	0,1	?	0,2	0,3

Найти:

- 1) математическое ожидание
- 2) дисперсию
- 3) среднее квадратическое отклонение
- 4) начертить многоугольник распределения и показать на нем вычисленное математическое ожидание
- 5) функцию распределения и график функции распределения вероятностей данной дискретной случайной величины

РГР № 7. Непрерывная случайная величина. Дополнительное задание (на оценку 4-5).

Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{x^4 + 2x^3 + 1}{4}, & -1 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} \quad \alpha = -3 \quad \beta = 0,5$$

Найти:

- 1) плотность вероятности  $f(x)$ ,
- 2) математическое ожидание  $M(X)$ ,
- 3) дисперсию  $D(X)$
- 4) среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$  случайной величины
- 5) вероятность попадания случайной величины в интервал  $(\alpha, \beta)$ .
- 6) Построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

РГР № 8. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины

Известны математическое ожидание  $a_1 = 2$ ;  $a_2 = -4$ ;  $a_3 = 6$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_1 = 4$ ;  $\sigma_2 = 3$ ;  $\sigma_3 = 6$  нормально распределённой

случайной величины  $X$ .

Написать выражение для плотности вероятности и построить её график с учётом правила « $3\sigma$ » функции  $f_1(x): (a_2 = 2; \sigma = 4)$ .

Найти вероятность  $P(\lambda < X < \mu)$  попадания этой величины в заданный интервал ( $\lambda = 1; \mu = 3$ ).

Построить графики функций  $f_1(x): (a_2 = 2; \sigma = 4)$ ;  $f_2(x): (a_2 = -4; \sigma = 4)$   
и  $f_3(x): (a_3 = 6; \sigma = 4)$  на одном чертеже;

Построить графики функций  $f_1(x): (a_2 = 2; \sigma = 4)$ ;  $f_4(x): (a_2 = 2; \sigma = 3)$   
и  $f_5(x): (a_2 = 2; \sigma = 6)$  на одном чертеже.

### 3.2. Контрольная работа

Контрольная работа № 1 «Элементы линейной алгебры»

В контрольную работу № 1 входят следующие темы:

1. Матрицы (действия над матрицами, обратная матрица, ранг матрицы, элементарные преобразования);
2. Определители (свойства, вычисление);
3. Системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли, решение систем линейных уравнений методом Крамера, матричным методом, методом Гаусса);
4. Комплексные числа: решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

Типовые задания для контрольной работы № 1.

1.

- а) Запишите любую матрицу размерности: 1)  $5 \times 3$ ; 2)  $3 \times 3$  3)  $2 \times 3$ .  
Найдите произведение любых двух матриц.

б) Даны матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ;  $F = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Можно ли найти произведение матриц:  $A \cdot B$ ;  $B \cdot F$ ;  $F \cdot B$ .

2. Даны матрицы:  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ -9 & 1 \end{pmatrix}$ . Найдите:

- 1)  $a_{12} + b_{12}$ ;  $a_{11} \cdot a_{21}$ ;  $b_{22} - a_{11}$
- 2)  $A_{12} \cdot B_{11}$ ;  $B_{12} - a_{11}$ ;  $A_{22} + |B|$
- 3)  $A \cdot B$ ;  $B \cdot A$ ;  $A^T \cdot B^T$
- 4)  $A + B$ ;  $3A - 5B$ ;  $A^2 + B$ ;  $A^T + B^T$ ;  $|A \cdot B|$ ;  $|A^T \cdot B^T|$ ;  $A \cdot B^T$ ;  $A \cdot B$ ;  $|A|$ ;  $|A \cdot B|$ ;  $A^{-1}$ ;  $|A^{-1}|$ .

3. Для определителя  $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$  найти миноры и алгебраические дополнения элементов  $a_{21}$ ;  $a_{13}$ . Вычислить определитель.

4. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x-y=2 \end{cases}$  матричным методом и методом Крамера. Пусть  $(x_0, y_0)$ - решение системы уравнений. Найдите  $x_0 - 3y_0$ .

5. Вычислить ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

6. Решить систему уравнений методом Гаусса.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 8 \\ -2x_1 - 2x_3 = -4 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

7. Решить уравнение  $z^2 + 4 = 0$  или  $z^2 - 2z + 26 = 0$

### Типовой вариант контрольной работы № 1

В. 0.

1. Решить систему уравнений  $\begin{cases} -x+5y=3 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$  матричным методом и методом Крамера.

Пусть  $(x_0, y_0)$ - решение системы уравнений. Найдите  $\frac{x_0}{y_0}$ .

2. Если система имеет решение, решить её методом Гаусса.

$$a) \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ -3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases} \quad * b) \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}$$

3. Вычислить произведение матриц  $A^T \cdot B$  или  $A \cdot B^T$ :  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Даны матрицы:  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найти:  $a_{11} \cdot (3 \cdot B_{21})$ . Вычислить  $A - 3(B)$ ;  $|A - (3B)|$ .

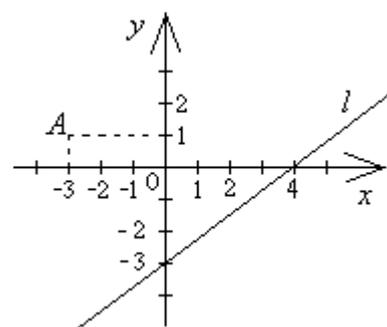
5. Вычислить ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ .

6. Решить уравнение  $z^2 - 2z + 26 = 0$

Контрольная работа № 2 «Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. Элементы векторной алгебры»

В контрольную работу № 2 входят следующие темы:

1. Прямая на плоскости
2. Кривые 2 порядка



3. Векторы
4. Прямая и плоскость в пространстве.

Типовые задания для контрольной работы № 2

I. Прямая на плоскости.

а) Написать уравнение прямой  $l$ :

- в общем виде
- в виде уравнения с угловым коэффициентом
- в виде уравнения в отрезках на координатных осях.

б) Написать уравнения прямых, параллельной данной прямой и перпендикулярной данной и проходящих через точку  $A$ . Проверить по чертежу.

II. Кривые 2 порядка.

а) Построить кривую 2 порядка. Выписать координаты фокусов, вершин, эксцентриситет.

б) Определить тип кривой 2 порядка (без чертежа).

III. Элементы векторной алгебры.

а) вычислить линейную комбинацию векторов  $\vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b}$  и проверить по чертежу

б) модуль вектора

- вычислить длину вектора
- найти периметр треугольника (квадрата, прямоугольника и пр.)
- Доказать, что заданные 4 точки образуют параллелограмм.

в) коллинеарность векторов

- Проверить, являются ли данные векторы коллинеарными?
- Принадлежат ли 3 заданные точки одной прямой?
- При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы будут коллинеарны?
- Доказать, что заданные 4 точки образуют параллелограмм (трапецию, ромб)
- Коллинеарны ли векторы:  $2\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{a} + 4\vec{b}$  ?
- Даны точки  $A, B, C$  и  $D$ . Проверить, будут ли векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  коллинеарны.
- Найти вектор  $\vec{b}$ , коллинеарный данному (сонаправленный, противоположенный) и имеющий заданную длину (например  $|\vec{b}| = 10$ ).

г) направляющие косинусы вектора

- вычислить направляющие косинусы вектора
- могут ли указанные величины являться направляющими косинусами вектора?

д) скалярное произведение векторов

1. Вычислить скалярное произведение векторов, если заданы:

- $|\vec{a}|$ ;  $|\vec{b}|$ ; угол между векторами  $\varphi$
- координаты вектора

- вектор задан разложением по базисным векторам
- 2. Проверить, ортогональны ли данные векторы.
- 3. Вычислить угол (косинус угла) между векторами.
- 4. Даны:  $|\vec{a}|$ ;  $|\vec{b}|$ ; угол между векторами  $\varphi$ . Вычислить:
  - $|\vec{c}| = 2\vec{a} - 3\vec{b}$
  - $(\vec{a} - \vec{b})^2$
  - $\vec{c} \cdot \vec{d}$ , если  $|\vec{c}| = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{d} = 4\vec{b} - \vec{a}$
  - $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})$
- 5. Доказать, что заданные точки образуют прямоугольник (квадрат, прямоугольный треугольник и пр.)
- 6. Вычислить угол (косинус угла) параллелограмма, если заданы координаты его вершин.
- 7. При каком значении  $\lambda$  векторы будут перпендикулярны?

е) векторное произведение векторов.

1. Вычислить модуль векторного произведения векторов, если заданы:
  - $|\vec{a}|$ ;  $|\vec{b}|$ ; угол  $\varphi$  между векторами.
  - координаты векторов
  - вектор задан разложением по базисным векторам
  - заданы  $|\vec{a}|$ ;  $|\vec{b}|$ ; угол между векторами  $\varphi$ ; вычислить:  $|\vec{a} \times \vec{b}|$
  - заданы  $|\vec{a}|$ ;  $|\vec{b}|$ ; угол между векторами  $\varphi$ ; вычислить:  $|(2\vec{a} - 3\vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})|$
2. Вычислить векторное произведение векторов, заданных:
  - координатами векторов
  - разложением по базисным векторам
3. Вычислить площадь параллелограмма (треугольника), построенного на заданных векторах.
4. Упростить выражение:  $5\vec{i} \times (3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$  или  $5\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) - 2\vec{k} \cdot (\vec{i} \cdot \vec{j})$ .
5. Вычислить синус угла, образованного заданными векторами.
6. Используя векторное произведение проверить, лежат ли 3 точки на одной прямой.
7. Используя векторное произведение вычислить, при каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы будут коллинеарны?
8. Вычислить:  $\vec{i} \times \vec{k}$  или  $\vec{j} \times (\vec{j} + \vec{k})$ .

ж) смешанное произведение векторов.

- Вычислить смешанное произведение векторов.
- Вычислить объем параллелепипеда (пирамиды), построенного на заданных векторах.
- Проверить, являются ли данные векторы компланарными?
- Принадлежат ли 4 заданные точки одной плоскости?
- При каком значении  $\alpha$  векторы будут компланарны?

- Какую (правую или левую) тройку векторов образуют заданные векторы?
  - Найти длину высоты пирамиды.
- IV. Прямая и плоскость в пространстве.
- а)
- Выписать координаты направляющего вектора прямой и нормального вектора плоскости.
  - Выписать координаты точек, принадлежащих прямой и плоскости.
- б)
- Написать уравнение прямой, проходящей через 2 заданные точки.
  - Написать уравнение плоскости, проходящей через 3 заданные точки.
- в)
- Написать уравнение прямой, проходящей через заданную точку с заданным направляющим вектором.
  - Написать уравнение плоскости, проходящей через заданную точку с заданным вектором нормали.
- г)
- Написать уравнение прямой, проходящей через заданную точку и перпендикулярной данной плоскости.
  - Написать уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и перпендикулярной данной прямой.
- д)
- Какие из перечисленных плоскостей (прямых) параллельны?
  - Выписать пары ортогональных плоскостей (прямых).
  - Являются ли данные прямые (плоскости) параллельными (ортогональными)?
- е)
- При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  прямая и плоскость перпендикулярны?
  - При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  две прямые (плоскости) параллельны?
  - При каком значении  $\alpha$  прямая и плоскость параллельны?
  - При каком значении  $\alpha$  две прямые (плоскости) перпендикулярны?
- ж) Проверить, принадлежит ли точка  $A(3;1)$  заданной прямой или плоскости.

#### Типовой вариант контрольной работы № 2

В. 0.

1. Дано уравнение прямой  $l: 3x + 4y - 12 = 0$

а) Написать уравнение прямой  $l$ : в отрезках на координатных осях и в виде уравнения с угловым коэффициентом

б) Написать уравнения прямой  $l_2$ , параллельной прямой  $l$  и проходящей через точку  $A(2;5)$

Проверить по чертежу.

2. а) Построить кривую 2 порядка:  $9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$ .

Выписать координаты фокусов, вершин, эксцентриситет.

б) Определить тип кривой 2 порядка (без чертежа).

$$3x^2 + 4y^2 - 3 = 0 \qquad 9x^2 + 4y - 36 = 0 \qquad 9x^2 - 9y^2 - 2x - 36 = 0$$

3.

- Даны координаты вершин треугольника:  
 $A(1;2;3); \quad B(-2;-1;4); \quad C(2;-2;5)$ .  
 Найти периметр треугольника.
- Даны координаты трёх точек:  $A(1;2;3); B(-2;-1;4); C(2;-2;5)$ .  
 Принадлежат ли эти точки одной прямой?
- Даны:  $|\vec{a}| = 3; |\vec{b}| = 2$ ; угол между векторами  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .  
 Вычислить  $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})$ .
- Вычислить  $\vec{j} \times (\vec{j} + \vec{k})$ .
- Даны векторы:  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}; \quad \vec{b} = (1;2;3); \quad \vec{c} = -2\vec{i} + \alpha \cdot \vec{k}$ .  
 При каком значении  $\alpha$  векторы будут компланарны?
- Даны уравнения прямой и плоскости:  
 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+1}{-2}; \quad 2x - 3y + 5z - 7 = 0$ 
  - Выписать координаты направляющего вектора прямой и нормального вектора плоскости.
  - Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3;1)$  и перпендикулярной данной прямой.

Контрольная работа № 3 «Математический анализ»

В контрольную работу № 3 входят следующие темы:

- Введение в мат анализ;
- Предел функции;
- Дифференциальное исчисление функции одной переменной;
- Функции нескольких переменных.

Типовой вариант контрольной работы № 3:

Вариант 0. (на оценку 3)

- Исследовать функцию на непрерывность и построить её график:  $f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{если } x < -1 \\ x^2, & \text{если } -1 < x < 2 \end{cases}$
- Вычислить приращение аргумента и приращение функции  $y = -3x + 1$ , если  $x$  изменяется от 2 до 2,1.
- Найти пределы функций:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{5x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 4}{x^2 + 5x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x - 6};$   
 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\sin x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x - 6}$
- Найти производные данных функций:  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{6}{x} + 5$

$$y = e^{-6x} \cdot \operatorname{tg} 3x; \quad y = 2^{\sin 5x}; \quad y = \frac{\cos 5x}{e^{3x}}.$$

5. Вычислить  $y'(0)$ , если  $y = 2^{\sin 5x}$

6. Найти частные производные 1 и 2 порядка функции 2-х переменных:  
 $z = 4x^2 - 2x^3 y^4 + 12y + 1$

Вариант 0. (дополнительное задание на оценку 4-5)

7. Найти пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{5-x^2} - 4}{1-x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-7}{4x+1} \right)^{x^2-2}.$$

8. Найти производные данных функций:

$$y = \cos^2 2x \cdot \arcsin\left(\frac{x}{2} + 1\right); \quad y = \left(x^2 + 3 \operatorname{tg} \frac{x}{3}\right)^3.$$

9. Написать уравнение касательной и нормали функции  $y = 2x^3 - 3$  в точке с абсциссой 2.

10. Найти и изобразить на плоскости область определения функции двух переменных:  $z = \ln(x^2 + y^2 - 9)$ .

11. Даны: функция  $z = \operatorname{arctg} \frac{y^2}{x}$  и точка  $M_0(2;1)$ . Найти  $z'_x(M_0)$ .

Контрольная работа № 4 «Математический анализ»

В контрольную работу № 4 входят следующие темы:

1. Интегральное исчисление функции одной переменной;
2. Дифференциальные уравнения.

Типовой вариант контрольной работы № 4:

В. 0. (общее задание: на 3)

1. Найти неопределённый интеграл:  $\int (6x - 10x^7 + 9) dx$ ;  $\int \cos(1 - 7x) dx$ ;  
 $\int \frac{dx}{\sin^2(5x-1)}$ ;  $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ ;  $\int \frac{dx}{4-x^2}$ ;  $\int \frac{dx}{4-x}$ ;  $\int e^{(6x)} dx$ .

2. (На оценку выше 3 вместо задания № 2 решать задание № 8)

Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = (3x-1)$ ;  $x = 1$ ;  $x = 3$ ;  $y = 0$  и проверить ответ по чертежу.

1. Определить порядок дифференциального уравнения:

$$x^5 y''' + x^4 y'' = 1; \quad xy''' + y^6 = \sqrt{x}; \quad y''' \cdot \operatorname{tg} 7x^7 = 7y''.$$

4. Написать характеристическое уравнение для данного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами:

$$y''' + y'' - y' - y = 0; \quad 5y''' - 3y'' + 2y' = 0;$$

$$y''' - 3y'' - 2y = 0; \quad 6y''' + y'' + 5y' - y = 0.$$

5. Найти решение общее и частное решение однородного ДУ с постоянными коэффициентами:  $y'' - 3y' + 2y = 0$ ;  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 5$ .

Найти общее решение однородного ДУ с постоянными коэффициентами:

$$y'' + 5y' = 0; \quad y'' - 12y' + 36y = 0; \quad y'' - 6y' + 25y = 0.$$

6. Найти решение общее и частное решение дифференциального уравнения с разделёнными переменными:  $\frac{5}{25+x^2} dx = dy$ ;  $y(0) = 3$ .

В. 0. (дополнительный на 4-5)

7. Найти неопределённый интеграл:

$$\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx; \quad \int \frac{\sin(x) dx}{\cos^2 x}; \quad \int \frac{\sin(x) dx}{4 + \cos(x)}; \quad \int (2x-1) \cdot \cos(7x) dx.$$

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = (x+2)^2$  и  $y = 4 - x^2$  и проверить ответ по чертежу.

9. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx \quad \text{или} \quad \int_{-1}^{+1} \frac{1}{x^2} dx.$$

10. Найти решение общее и частное решение однородного ДУ с постоянными коэффициентами:  $y'' - 12y' + 36y = 0$ ;  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 5$ .

11. Найти решение общее и частное решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:  $e^{\frac{x}{4}} = \frac{y'}{y^3}$ ;  $y(0) = 1$

Контрольная работа № 5 «Теория вероятностей»

Типовой вариант контрольной работы № 5:

В. 0.

1. Рассмотрены ли все возможные исходы: опыт – бросание кубика; события:  $A_1$  – выпало число меньше 3;  $A_2$  – выпало число больше 3.
2. В коробке 10 красных, 3 синих и 7 жёлтых карандашей. Наудачу вынимают 3 карандаша. Какова вероятность того, что они все разных цветов.
3. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95; во второе отделение – 0,9 и в третье – 0,8. Найти вероятность того, что только одно отделение получит газеты вовремя.
4. По результатам проверки контрольных работ оказалось, что в первой группе получили положительную оценку 25 студентов из 30, а во второй – 10 из 25. Найти вероятность того, что наудачу выбранная работа, имеющая положительную оценку, написана студентом второй группы.
5. Всхожесть семян огурцов равна 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут не менее четырёх?

### 3.3 Вопросы для проведения промежуточного контроля знаний

Основные вопросы теории к зачёту.

*Элементы линейной алгебры.*

### *Определители и системы линейных алгебраических уравнений*

1. Системы линейных алгебраических уравнений.
2. Матрицы. Действия над матрицами, обратная матрица, ранг матрицы, элементарные преобразования.
3. Определители второго и третьего порядков. Свойства и вычисление.
4. Решение систем двух (трёх) линейных уравнений с двумя (тремя) неизвестными по формулам Крамера.
5. Решение систем трёх линейных уравнений с тремя неизвестными методом Гаусса.
6. Решение систем двух (трёх) линейных уравнений с двумя (тремя) неизвестными матричным методом.

### *Элементы векторной алгебры.*

7. Линейные операции над векторами. Длина вектора, модуль вектора, направляющие косинусы.
8. Проекция вектора, разложение вектора по базисным векторам.
9. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов и их приложения.
10. Угол между векторами.

### *Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве*

11. Прямоугольная система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении.
12. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, уравнение прямой, проходящей через две данные точки, уравнение прямой в “отрезках”.
13. Угол между двумя прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
14. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.
15. Геометрический смысл неравенства и системы неравенств первой степени с двумя неизвестными.
16. Уравнение плоскости и прямой в пространстве.
17. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
18. Геометрический смысл неравенства первой степени и системы неравенств с тремя неизвестными.

### *Комплексные числа*

19. Геометрическое изображение комплексного числа на комплексной плоскости.
20. Модуль и аргумент комплексного числа, сопряжённые комплексные числа.
21. Алгебраические действия над комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление).

22. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

*Основные вопросы теории к экзамену.*

*Введение в математический анализ*

23. Переменная величина и область её изменения. Понятие функции. Область определения функции. Основные способы задания функции.
24. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
25. Понятие последовательности, сходящиеся последовательности, бесконечно большие последовательности, предел последовательности.
26. Предел функции. Основные теоремы о пределах
27. Раскрытие простейших неопределённостей.
28. Бесконечно большие и бесконечно малые функции
29. Первый и второй замечательный пределы.
30. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
31. Односторонние пределы.
32. Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Точки разрыва функции и их классификация. Асимптоты.
33. Приращение аргумента и приращение функции.

*Дифференциальное исчисление функции одной переменной*

34. Производная функции: определение производной; задачи, приводящие к понятию производной.
35. Геометрический смысл производной.
36. Формулы дифференцирования основных элементарных функций.
37. Правила дифференцирования: производная суммы и произведения нескольких функций. Дифференцирование частного двух функций.
38. Дифференцирование сложной функции.
39. Производные высших порядков.
40. Значение производной в точке.
41. Приложения производной
  - a) правило Лопиталя
  - b) Применение производной к исследованию функций
    - Возрастание и убывание функции.
    - Экстремум функции. Нахождение точек экстремума.
    - Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на заданном отрезке.
    - Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба графика функции. Дифференциальные признаки выпуклости, вогнутости кривой и точки перегиба.
    - Общая схема исследования функций и построения их графиков.
  - c) наибольшее и наименьшее значение функции).

*Функция двух переменных*

42. Область определения функции нескольких переменных.

43. Частные производные первого и второго порядка.
44. Метод наименьших квадратов.
45. Экстремум функции нескольких переменных.

*Интегральное исчисление функции одной переменной*  
*Неопределённый интеграл*

46. Первообразная функция и неопределённый интеграл. Основные свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов.
47. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям.

*Определённый интеграл*

48. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
49. Геометрический смысл
50. Формула Ньютона–Лейбница для вычисления определённого интеграла.
51. Простейшие приложения определённого интеграла.
52. Понятие о несобственном интеграле с бесконечными пределами.

*Дифференциальные уравнения*

53. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделёнными переменными.
54. Дифференциальные уравнения разделяющимися переменными.
55. Задача Коши.
56. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
57. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

*Дискретная математика*

58. Множества.
59. Элементы теории графов.
60. Основные формулы и правила комбинаторики. Перестановки, сочетания, размещения, правила суммы и произведения.

*Теория вероятностей*

*Случайные события*

*Основные понятия теории вероятностей*

61. Предмет теории вероятностей. Понятие события. Классификация событий.
62. Относительная частота появления события. Вероятность события.
63. Классическая формула для вычисления вероятности события.

*Теоремы о вероятности суммы и произведения событий*

64. Сумма и произведение событий.

65. Вероятность суммы несовместных и совместных событий.
66. Условная вероятность события.
67. Вероятность произведения зависимых и независимых событий.

#### *Повторные испытания*

68. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
69. Локальная теоремы Муавра - Лапласа.
70. Интегральная теоремы Муавра - Лапласа.
71. Формула Пуассона.

#### *Случайные величины и их числовые характеристики*

72. Понятие случайной величины.
73. Дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Аналитический, табличный и графический способы задания закона распределения вероятностей дискретной случайной величины.
74. Непрерывные случайные величины. Понятие о законе распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Плотность вероятности. Нормальное распределение случайной величины.
75. Числовые характеристики случайной величины. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайной величины. Свойства математического ожидания.
76. Дисперсия. Способы вычисления дисперсии дискретной и непрерывной случайной величины. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение.
77. Числовые характеристики случайной величины, распределённой по нормальному закону. Вероятность её попадания в заданный интервал.

#### *Основные законы распределения непрерывной случайной величины*

78. Равномерный закон распределения.
79. Нормальный закон распределения.
80. Биномиальное распределение.

### **4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценивание знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций осуществляется путем проведения процедур текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с Положением университета о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, обучающихся по программам бакалавриата.

### **Текущий контроль проводится на занятиях в течение семестра**

- Оценочные средства текущего контроля – РГР
- Оценочные средства текущего контроля – контрольная работа

### **Промежуточная аттестация проводится в 1 семестре в форме зачёта**

Оценочное средство - теоретические вопросы

Шкала оценивания:

- оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он усвоил предусмотренный программный материал; правильно ответил на вопросы и выполнил предложенные преподавателем практические задания без ошибок;
- оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если учащийся не может ответить на вопросы или выполнить предложенные преподавателем практические задания.

### **Промежуточная аттестация проводится во 2 семестре в форме экзамена**

Оценочное средство - теоретические вопросы

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он прочно усвоил программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; теорию связывает с практикой и другими темами данного курса, без ошибок выполнил практические задания, по уровню сложности соответствующие оценке «отлично» в контрольной работе и ответил на дополнительные вопросы;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он усвоил предусмотренный программный материал; правильно ответил на вопросы, без ошибок выполнил предложенные преподавателем практические задания, по уровню сложности соответствующее оценке «хорошо» в контрольной работе и ответил на предложенные преподавателем дополнительные вопросы;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он по каждому вопросу билета без ошибок выполнил предложенные преподавателем практические задания, по уровню сложности соответствующие оценке «удовлетворительно» в контрольной работе и ответил на предложенные преподавателем дополнительные вопросы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если учащийся не может выполнить необходимый минимум заданий (на оценку «удовлетворительно»).