

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный аграрный университет»

---

Колледж  
(на правах факультета непрерывного профессионального образования)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор колледжа  
Г.С. Талалай  
18 февраля 2020 г.



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ЕН.01 МАТЕМАТИКА

Специальность  
35.02.06 Технология производства и переработки сельскохозяйственной  
продукции  
(базовая подготовка)

Квалификация выпускника – технолог

Форма обучения - очная

Санкт-Петербург  
2020

Автор

преподаватель

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

Сукманова Е.С.

Автор

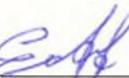
преподаватель

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

Амагаева Ю.Г.

Автор

преподаватель

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

Голец Е.Ф.

Рассмотрена на заседании педагогического совета колледжа (на правах факультета непрерывного профессионального образования) от 18 февраля 2020 г., протокол № 2.

Председатель  
педагогического совета

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

Талалай Г.С.

Одобрена на заседании учебно-методической комиссии по специальности 35.02.06 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции от 22 января 2020 г., протокол № 6

Председатель УМК

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

Гвоздарев Д.А.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт фонда оценочных средств	4
2. Результаты освоения учебной дисциплины	4
3. Задания для оценивания и критерии оценки	8
Список рекомендуемой литературы	32

**Паспорт фонда оценочных средств  
по учебной дисциплине  
«Математика»**

**1. Результаты освоения учебной дисциплины**

Результатом освоения учебной дисциплины является освоение соответствующих общих и профессиональных компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес;

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество;

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность;

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития;

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности;

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями;

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчинённых), результат выполнения заданий;

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации;

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выбирать и реализовывать технологии производства продукции растениеводства.

ПК 1.2. Выбирать и реализовывать технологии первичной обработки продукции растениеводства.

ПК 1.3. Выбирать и использовать различные методы оценки и контроля количества и качества сельскохозяйственного сырья и продукции растениеводства.

ПК 2.1. Выбирать и реализовывать технологии производства продукции животноводства.

ПК 2.2. Выбирать и реализовывать технологии первичной обработки продукции животноводства.

ПК 2.3. Выбирать и использовать различные методы оценки и контроля количества и качества сельскохозяйственного сырья и продукции животноводства.

ПК 3.1. Выбирать и реализовывать технологии хранения в соответствии с качеством поступающей сельскохозяйственной продукции и сырья.

ПК 3.2. Контролировать состояние сельскохозяйственной продукции и сырья в период хранения.

ПК 3.3. Выбирать и реализовывать технологии переработки сельскохозяйственной продукции.

ПК 3.4. Выбирать и использовать различные методы оценки и контроля количества и качества сырья, материалов, сельскохозяйственной продукции на этапе переработки.

ПК 3.5. Выполнять предпродажную подготовку и реализацию сельскохозяйственной продукции.

ПК 4.1. Участвовать в планировании основных показателей сельскохозяйственного производства.

- ПК 4.2. Планировать выполнение работ исполнителями.  
 ПК 4.3. Организовывать работу трудового коллектива.  
 ПК 4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.  
 ПК 4.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

**умений:**

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

**знаний:**

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Формой аттестации по учебной дисциплине является дифференцированный зачёт.

**Формы контроля и оценивания элементов учебной дисциплины**

Элемент учебной дисциплины	Форма контроля и оценивания		
	Текущий контроль	Рубежный контроль	Промежуточная аттестация
<b>Тема 1. Элементы теории вероятностей. Элементы комбинаторики</b>	Письменные опросы практические, занятия, решение задач	Контрольная работа	
<b>Тема 2. Элементы математической статистики.</b>	Письменные опросы практические, занятия, решение задач	Контрольная работа	
<b>Форма контроля</b>			<b>дифференцированный зачёт</b>

**2 Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке на дифференцированном зачёте**

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений, навыков и знаний:

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Коды формируемых компетенций	Основные показатели оценки результата
<b>Умения:</b>		
решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	ОК 1-9 ПК 1.1-4.5	применять полученные теоретические знания по темам производная, определенный и неопределенный интеграл,

		дифференциальные уравнения при решении прикладных задач; формулировать геометрические и физические смыслы различных математических определений.
<b>Знания:</b>		
знание основных понятий и методов математического анализа, теории вероятностей и математической статистики	ОК 1-9 ПК 1.1-4.5	<p>формулировать основные понятия и определения по теме «Функция»;</p> <p>формулировать основные правила вычисления пределов в точке; раскрывать основные неопределенности при вычислении пределов;</p> <p>формулировать первый и второй замечательные пределы;</p> <p>классифицировать точки разрыва функции;</p> <p>формулировать классическое определение вероятности;</p> <p>формулировать основные виды комбинаций и формул их вычисления;</p> <p>записывать формулы полной и условной вероятности;</p> <p>формулировать основные понятия случайных величин;</p> <p>формулировать задачи математической статистики;</p> <p>формулировать определения совокупности и выборки;</p> <p>формулировать основные свойства выборки;</p> <p>формулировать понятия статистического распределения и вариационного ряда;</p> <p>изображать гистограмму и полигон;</p> <p>формулировать определения выборочной средней, медианы, моды статистического распределения;</p> <p>записывать формулы для вычисления выборочной средней, медианы и моды статистического распределения;</p> <p>записывать формулы выборочной дисперсии и выборочного среднего квадратического отклонения;</p> <p>формулировать понятие оценки генеральной совокупности;</p>

		перечислять свойства оценки генеральной совокупности; находить доверительные интервалы и доверительную вероятность.
знание интегрального дифференциального исчисления	ОК 1-9 ПК 1.1-4.5  основ и	<p>формулировать основные правила дифференцирования и перечислять производные основных элементарных функций;</p> <p>формулировать правило нахождения производной сложной функции;</p> <p>исследовать методами дифференциального исчисления функции и строить их графики;</p> <p>перечислять табличные интегралы;</p> <p>формулировать основные свойства неопределенного интеграла;</p> <p>применять методы вычисления неопределенного интеграла: непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям;</p> <p>формулировать основные свойства определенного интеграла;</p> <p>вычислять определенный интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и заменой переменной;</p> <p>формулировать определение функции двух переменных;</p> <p>вычислять частные производные функции двух переменных первого и второго порядка;</p> <p>вычислять производную по направлению;</p> <p>вычислять градиент функции;</p> <p>формулировать основные понятия по теме дифференциальные уравнения;</p> <p>решать дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и линейные дифференциальные уравнения первого порядка;</p> <p>решать линейные дифференциальные уравнения</p>

		второго порядка с постоянными коэффициентами; определять по виду дифференциального уравнения его тип и порядок.
знание основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	ПК 1.1-4.5	формулировать геометрический и механический смысл производной; формулировать приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой; описывать процессы в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений; приближенно решать определённые интегралы и дифференциальные уравнения; вычислять сложные проценты; определять вероятности возникновения события в технике, быту, производстве.
знание значения математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ	ПК 1.1-4.5	понимать необходимость изучения математики специалистами среднего звена; формулировать основные математические аспекты при решении прикладных задач в профессиональной деятельности.

### 3. Задания для оценивания и критерии оценки

Основной целью оценки теоретического курса учебной дисциплины является оценка умений и знаний. Оценка теоретического курса учебной дисциплины осуществляется с использованием следующих форм и методов контроля:

- текущий контроль – опросы устные и письменные, работа с индивидуальными заданиями, доклады; презентации, контроль практических занятий и самостоятельной работы;
- рубежный контроль – тестирование, контрольные работы.
- промежуточная аттестация – контрольная работа.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в сроки, установленные учебным планом, и определяемые календарным учебным графиком образовательного процесса.

#### 3.1. Задания для оценки освоения

##### Задания для оценки освоения темы «Основы математического анализа»

Обучающийся должен:

знать: определение предела функции в точке, в бесконечности; определение односторонних пределов; основные теоремы о пределах; первый и второй замечательные пределы; определение непрерывности функции в точке; классификацию точек разрыва; определение

производной; таблицу производных; правила дифференцирования; правило вычисления производной сложной функции; геометрический и физический смысл производной; применение производной при исследовании и построении графиков функций; определение неопределенного интеграла; свойства неопределенного интеграла; таблицу интегралов; методы вычисления неопределенных интегралов; определение определенного интеграла; свойства определенного интеграла; формулу Ньютона-Лейбница; геометрические и физические приложения определенного интеграла; определение функции двух переменных; понятие области определения функции двух переменных; понятие множества изменения функции двух переменных; определение границы области; понятие частного значения функции двух переменных; понятие частной производной функции двух переменных; понятие частных и полных дифференциалов функции двух переменных; понятие производной по направлению; понятие градиента; определение дифференциального уравнения; определение задачи Коши для дифференциального уравнения; определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными; определение линейного дифференциального уравнения первого порядка; определение линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами; теорему о решении линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами;

уметь: вычислять пределы функции; раскрывать неопределенности  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ ,  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ ,  $\left[ 1^{\infty} \right]$ ; определять типы точек разрыва функции; вычислять производные простых и сложных функций; применять производную для решения практических задач; по средствам дифференциального исчисления исследовать и строить графики функций; вычислять неопределенные интегралы методами непосредственного интегрирования, заменой переменной, интегрированием по частям; вычислять определенный интеграл; вычислять площади фигур и объемы тел вращения; применять определенный интеграл для решения прикладных задач; находить частные производные первого и второго порядка функции двух переменных; вычислять производную по направлению и градиент функции двух переменных; решать дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными; решать линейные дифференциальные уравнения первого порядка; решать линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

### Вопросы для самоконтроля:

1. Дайте определение функции.
2. Что такое область определения функции?
3. Что такое множество значений функции?
4. Что называется графиком функции?
5. Перечислите способы задания функций.
6. Какая функция называется четной?
7. Какая функция называется нечетной?
8. Какая функция называется возрастающей (неубывающей)?
9. Какая функция называется убывающей (невозрастающей)?
10. Что называется промежутками монотонности функции?
11. Перечислите основные элементарные функции их свойства и графики.
12. Какая функция называется ограниченной?
13. Дайте определение предела функции в точке.
14. Дайте определение пределы функции в бесконечности.
15. Дайте определение левостороннего и правостороннего предела.
16. Перечислите основные теоремы о пределах.
17. Сформулируйте первый замечательный предел.
18. Сформулируйте второй замечательный предел.

19. Дайте определение непрерывной в точке функции.
20. Какая точка называется точкой разрыва?
21. Перечислите типы точек разрыва.
22. Дайте определение сложной функции.
23. Что называется производной функции?
24. Перечислите основные правила дифференцирования.
25. Перечислите производные основных элементарных функций?(таблица производных)
26. Сформулируйте правило вычисления производной сложной функции.
27. Что называется дифференциалом функции?
28. Сформулируйте правило вычисления дифференциала функции.
29. Запишите формулу вычисления приближенного значения функции с помощью дифференциала.
30. Сформулируйте необходимый и достаточный признак монотонности функции на интервале.
31. Что называется критической точкой?
32. Дайте определение точки максимума (минимума) функции.
33. Что называется экстремумом функции?
34. Сформулируйте необходимое и достаточное условие экстремума функции в точке.
35. Какая функция называется выпуклой (вогнутой) на интервале?
36. Сформулируйте необходимые и достаточные признаки выпуклости функции на интервале.
37. Что называется точкой перегиба?
38. Сформулируйте необходимые и достаточные признаки перегиба.
39. Что называется асимптотой графика функции?
40. Перечислите виды асимптот.
41. Сформулируйте геометрический и физический смыслы производной.
42. Дайте определение первообразной функции.
43. Сформулируйте геометрический смысл неопределенного интеграла.
44. Дайте определение неопределенного интеграла.
45. Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.
46. Перечислите табличные интегралы.
47. Что называется непосредственным интегрированием?
48. В чем заключается смысл интегрированием заменой переменных?
49. Запишите формулу интегрирования по частям.
50. Дайте определение определенного интеграла.
51. Перечислите свойства определенного интеграла.
52. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
53. Запишите формулу вычисления площади фигуры, ограниченной графиками функций.
54. Запишите формулу вычисления объема тела вращения.
55. Сформулируйте физический смысл определенного интеграла.
56. Сформулируйте определение функции двух переменных.
57. Что называется областью определения функции двух переменных?
58. Что называется областью изменения функции двух переменных?
59. Что называется границей области?
60. Что такое внутренние точки области?
61. Какая область называется открытой?
62. Какая область называется замкнутой?
63. Что называется частным значением функции двух переменных?
64. Что называется частным приращением функции двух переменных?

65. Что называется частной производной функции двух переменных?
66. Перечислите частные производные первого порядка функции двух переменных.
67. Перечислите частные производные второго порядка функции двух переменных.
68. Какая производная называется смешанной?
69. Что называется полным дифференциалом функции двух переменных?
70. Что называется производной по направлению?
71. Запишите формулу для вычисления производной по направлению.
72. Что называется градиентом функции двух переменных?
73. Запишите формулу градиента.
74. Что называется дифференциальным уравнением?
75. Что называется порядком дифференциального уравнения?
76. Что называется решением дифференциального уравнения?
77. Что называется интегральной кривой?
78. Что называется общим решением дифференциального уравнения?
79. Что называется общим интегралом дифференциального уравнения?
80. Что называется частным решением дифференциального уравнения?
81. Что называется частным интегралом дифференциального уравнения?
82. Что называется задачей Коши?
83. Что называется дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными?
84. Что называется линейным дифференциальным уравнением первого порядка?
85. Что называется линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами?
86. Сформулируйте теорему о решении линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

### **Письменные опросы**

#### ***Письменный опрос №1 «Предел и производная».***

Время выполнения 20 мин.

Объект контроля: знание основных понятий и методов математического анализа.

Основные показатели оценки результата: формулировать основные правила вычисления пределов в точке; формулировать первый и второй замечательные пределы; раскрывать основные неопределенности при вычислении пределов; формулировать основные правила дифференцирования и перечислять производные основных элементарных функций; исследовать методами дифференциального исчисления функции и строить их графики.

#### **Вариант №1**

1. Сформулируйте определение предела функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a$ .
2. Сформулируйте определение предела функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a - 0$ .
3. Какая функция называется бесконечно большой? Приведите пример.
4. Как раскрывается неопределённость вида  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ , содержащая в числителе и знаменателе рациональные многочлены?
5. Запишите первый замечательный предел.
6. Дайте определение производной.
7. Запишите правила дифференцирования:

$$(u \pm v)' = \left(\frac{u}{v}\right)' =$$

8. Продолжите следующие формулы:

$$(x^n)' = (\ln x)' =$$

$$(\cos x)' = (\operatorname{ctgx})' =$$

$$(a^x)' = (\arcsin x)' =$$

9. В чем заключается геометрический смысл производной функции.

10. Напишите схему исследования функции на монотонность.

### Вариант №2

1. Сформулируйте определение предела функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow \infty$ .

2. Сформулируйте определение предела функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a + 0$ .

3. Какая функция называется бесконечно малой? Приведите пример.

4. Как раскрывается неопределённость вида  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ , содержащая в числителе и знаменателе рациональные многочлены?

5. Запишите второй замечательный предел.

6. Дайте определение производной.

7. Запишите правила дифференцирования:

$$(c \cdot u)' = (u \cdot v)' =$$

8. Продолжите следующие формулы:

$$(\sqrt{x})' = (\log_a x)' =$$

$$(\sin x)' = (\operatorname{tgx})' =$$

$$(e^x)' = (\operatorname{arctgx})' =$$

9. В чем заключается механический смысл производной функции.

10. Напишите схему исследования функции на экстремум.

### Письменный опрос №2 «Определённый и неопределённый интеграл».

Время выполнения 20 мин.

Объект контроля: знание основных понятий и методов математического анализа.

Основные показатели оценки результата: формулировать основные свойства неопределённого интеграла; применять методы вычисления неопределённого интеграла: непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям; вычислять определённый интеграл по формуле Ньютона-Лейбница и заменой переменной.

### Вариант №1

1. Сформулируйте определение первообразной функции  $f(x)$ .

2. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.

3. В чем заключается вычисление неопределённого интеграла методом подстановки.

4. Продолжите следующие формулы:

$$\int 0 dx = \int \frac{dx}{x} =$$
$$\int \cos x dx = \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$
$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} =$$

5. Сформулируйте определение определённого интеграла.
6. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
7. Запишите формулу вычисления площади фигуры, ограниченной графиком функции  $y = f(x)$ , прямыми  $x = a$  и  $x = b$  и осью  $Ox$ .

### Вариант №2

1. Сформулируйте определение неопределённого интеграла функции  $f(x)$ .
2. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.
3. В чем заключается вычисление неопределённого интеграла методом интегрирования по частям.
4. Продолжите следующие формулы:

$$\int x^n dx = \int a^x dx =$$
$$\int \sin x dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} =$$
$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

5. Сформулируйте геометрический смысл определённого интеграла.
6. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
7. Запишите формулу вычисления объема тела вращения фигуры, ограниченной графиком функции  $y = f(x)$ , прямыми  $x = a$  и  $x = b$  и осью  $Ox$  вокруг оси  $Ox$ .

### Письменный опрос №3 «Функция двух независимых переменных».

Время выполнения 15 мин.

Объект контроля: знание основных понятий и методов математического анализа.

Основные показатели оценки результата: формулировать определение функции двух переменных; вычислять частные производные функции двух переменных первого и второго порядка; вычислять производную по направлению; вычислять градиент функции.

### Вариант №1

1. Сформулируйте определение функции двух переменных.
2. Сформулируйте определение границы области.
3. Сформулируйте определение открытой области.
4. Сформулируйте понятия частного значения функции двух переменных.
5. Сформулируйте определение частного приращения функции двух переменных.
6. Перечислите частные производные второго порядка.
7. Сформулируйте понятие смешанной производной.

8. Запишите формулу полного дифференциала функции двух переменных.
9. Сформулируйте понятие производной по направлению. Запишите формулу вычисления производной по направлению.

### **Вариант №2**

1. Сформулируйте понятие области определения и области изменения функции двух переменных.
2. Сформулируйте определение внутренних точек области.
3. Сформулируйте определение замкнутой области.
4. Что геометрически представляет собой функция двух переменных.
5. Сформулируйте понятие частной производной функции двух переменных.
6. Перечислите частные производные первого порядка.
7. Запишите главную часть приращения функции.
8. Сформулируйте понятие частных дифференциалов функции двух переменных.
9. Сформулируйте понятие градиента функции двух переменных. Запишите формулу градиента.

### ***Письменный опрос №4 «Дифференциальные уравнения».***

Время выполнения 20 мин.

Объект контроля: знание основных методов интегрального и дифференциального исчисления; умение решать обыкновенные дифференциальные уравнения.

Основные показатели оценки результата: решать дифференциальные уравнения первого и второго порядка; описывать процессы в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений.

### **Вариант №1**

1. Сформулируйте общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для нее дифференциальное уравнение.
3. Сформулировать задачу о падении тела в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.
4. Дать определение дифференциального уравнения.
5. Дать определение общего решения дифференциального уравнения.
6. Сформулируйте основные принципы решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
7. Сформулируйте основные принципы решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.
8. Запишите линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.
9. Сформулируйте теорему об общем решении линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

### **Вариант №2**

1. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
2. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
3. Сформулировать задачу о падении тела в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.

4. Дать определение дифференциального уравнения.
5. Дать определение частного решения дифференциального уравнения.
6. Сформулируйте основные принципы решения однородных дифференциальных уравнений.
7. Сформулируйте основные принципы решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.
8. Запишите линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.
9. Сформулируйте теорему об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

**Задания к контрольной работе по теме 1.1 «Пределы. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.»**

**Задание 1.** Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 14x + 8}{4 + 7x - 2x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

**Задание 2.** Найти точки разрыва функции и определить типы разрывов:

$$\text{а) } y = \frac{x}{x + 2}; \quad \text{б) } y = 2^{-\frac{1}{x}}; \quad \text{в) } y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}.$$

**Задание 3.** Вычислить производные следующих функций:

$$\text{а) } y = \sqrt[5]{x} + 3x^4 + \frac{7}{x^4}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \text{ctg} 4x; \quad \text{в) } y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}.$$

**Задание 4.** Найти производную третьего порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .

**Задание 5.** Найти дифференциал функции:

$$\text{а) } y = \ln^2 x; \quad \text{б) } y = e^x + x + 1; \quad \text{в) } y = \arcsin \frac{1}{x}.$$

**Задание 6.** Пусть точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 2t^2 + t - 1$ . Определить скорость и ускорение в момент времени  $t_0 = 2$ . ( $t$  - время в секундах,  $x(t)$  - перемещение в метрах.)

**Задание 7.** Исследовать и построить графики функций:

$$\text{а) } y = x^3 - 12x + 5; \quad \text{б) } y = \frac{2x}{1 - x^2}; \quad \text{в) } y = x^2 \ln x.$$

**Задания к контрольной работе по теме 1.2 «Дифференциальное исчисление функции двух переменных переменной.»**

**Задание 1.** Найти частные значения функций:

$$f(x, y) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - y^2}} \quad \text{в точке } P(5; 3);$$

$$\varphi(x, y, z) = 3x + \lg \frac{2x + y}{\sqrt{x^2 + z}} \quad \text{в точке } P(1; -1; 99).$$

**Задание 2.** Найти частные производные первого и второго порядка следующих функций:

$$\text{а) } z = x^2 y^2; \quad \text{б) } z = e^{xy}; \quad \text{в) } z = 6x^2 y - 8xy^5 - 18x + 11y - \frac{1}{2}.$$

**Задание 3.** Найти полные дифференциалы следующих функций:

$$\text{а) } z = x^2 + 5y; \quad \text{б) } z = 4 \sin(x + y); \quad \text{в) } z = ye^x.$$

**Задание 4.** Найти производную функции  $z = f(x; y)$  в точке  $A(x_0; y_0)$  в направлении вектора  $\vec{a}(a_x; a_y)$ :

$$\text{а) } z = \frac{x - y}{x^2 + y^2}, \quad A(2; -1), \quad \vec{a}(-3; 4);$$

$$\text{б) } z = \arcsin \frac{y^2}{x}, \quad A(2; 1), \quad \vec{a}(\sqrt{2}; 1).$$

**Задание 5.** Найти градиент функции  $z = f(x; y)$  в точке  $A(x_0; y_0)$ :

$$\text{а) } z = xy^3 + 4x^2 y, \quad A(-1; 2);$$

$$\text{б) } z = \ln(4x^2 + 2xy), \quad A(1; 2).$$

**Задания к контрольной работе по теме 1.3 «Интегральное исчисление функции одной переменной.»**

**Задание 1.** Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx; \quad \text{б) } \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx; \quad \text{в) } \int \frac{dx}{1 + 16x^2};$$

$$\text{г) } \int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx; \quad \text{д) } \int (x + 5) \cos x dx.$$

$$\text{Задание 2. Вычислить определённый интеграл } \int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx.$$

$$\text{Задание 3. Вычислить определённый интеграл методом подстановки } \int_2^3 (2x - 1)^3 dx.$$

**Задание 4.** Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной

$$\text{линиями } y = -x^2 + 4, \quad y = 0, \quad x = -2, \quad x = 2.$$

**Задание 5.** Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс

криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .

**Задание 6.** Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$ , измеряемая в м/с. Найти путь  $s$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

**Задание 7.** Высота кучи зерна, имеющей коническую форму, равна 2,5 м, а окружности ее основания 20 м. масса  $1 \text{ м}^3$  зерна равна 750 кг. Какова масса зерна в куче?

### **Задания к контрольной работе по теме 1.4 «Основные понятия и определения дифференциальных уравнений»**

**Задание 1.** Являются ли функции решениями данных дифференциальных уравнений:

а)  $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^x$ ,  $y'' + 4y' - 5y = 0$ ; б)  $y = \frac{8}{x}$ ,  $y' = -\frac{1}{8} y^2$ .

**Задание 2.** Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

а)  $x^2 y^2 y' + 1 = y$ ; б)  $xy' = x + y$ ; в)  $y' - y = e^x$ .

**Задание 3.** Найти частное решение данного дифференциального уравнения при заданных начальных условиях  $xy' - y = 0$ , при  $y_0 = 4$ ,  $x_0 = -2$ .

**Задание 4.** Решить задачу Коши для дифференциального уравнения:

$$y' = 4x^3 - 2x + 5, \quad y(1) = 8.$$

**Задание 5.** Решить следующие дифференциальные уравнения второго порядка:

а)  $y'' - 5y' + 4y = 0$ , в)  $y'' - 2y' = 0$ .

### **Задания для оценки освоения раздела 2 «Численные методы решения прикладных задач»**

Обучающийся должен:

знать: понятие численного интегрирования; формулу прямоугольников; формулу трапеций; формулу Симпсона; понятие численного дифференцирования; формулу интерполяционного бинорма Ньютона; понятие численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений; метод Эйлера для решения задачи Коши; метод Рунге-Кутты для решения задачи Коши;

уметь: вычислять по формуле прямоугольников определенный интеграл и оценивать погрешность, проведенных вычислений; по формуле трапеций вычислять определенный интеграл и оценивать погрешность, проведенных вычислений; по формуле Симпсона определенный интеграл и оценивать погрешность, проведенных вычислений; строить конечные разности для функций; составлять горизонтальные таблицы разностей функций; находить производную функции, заданной таблично, в заданной точке; находить для функции, заданной таблично, аналитическое выражение ее производной; находить методом Эйлера, численное решение дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях.

### **Вопросы для самоконтроля:**

1. Что называется численным интегрированием?
2. Запишите формулу прямоугольников, для вычисления определенного интеграла.
3. Запишите формулу для оценки погрешности вычислений при нахождении определенного интеграла с помощью формулы прямоугольников.
4. Запишите формулу трапеций для вычисления определенного интеграла.

5. Запишите формулу для оценки погрешности вычислений при нахождении определенного интеграла с помощью формулы трапеций.
6. Запишите формулу Симпсона для вычисления определенного интеграла.
7. Запишите формулу для оценки погрешности вычислений при нахождении определенного интеграла с помощью формулы Симпсона.
8. Что называется численным дифференцированием?
9. Запишите интерполяционный полином Ньютона.
10. Запишите конечную формулу для вычисления погрешности производной при применении бинома Ньютона.
11. Сформулируйте теорему Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения при заданном начальном условии.
12. В чем заключается метод Эйлера для решения задачи Коши данного дифференциального уравнения.

### Письменные опросы

#### *Письменный опрос №5 «Численные методы решения прикладных задач».*

Время выполнения 15 мин.

Объект контроля: знание основных численных методов решения прикладных.

Основные показатели оценки результата: приближенно решать определённые интегралы и дифференциальные уравнения.

#### **Вариант №1**

1. Описать суть приближенного вычисления определенного интеграла по формуле прямоугольников.
2. Описать суть приближенного вычисления определенного интеграла по формуле Симпсона.
3. Численное интегрирование дифференциальных уравнений методом Эйлера.

#### **Вариант №2**

1. Описать суть приближенного вычисления определенного интеграла по формуле прямоугольников.
2. Описать суть приближенного вычисления определенного интеграла по формуле трапеций.
3. Численное интегрирование дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.

**Задания к контрольной работе по темам 3.1 «Численное дифференцирование и интегрирование» и 3.2 «Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений»**

$$\int_0^1 (e^x + 1) dx$$

**Задание 1.** Вычислить интеграл с точностью  $\varepsilon = 0.0001$ :

- а) по формуле прямоугольников;
- б) по формуле трапеций;
- в) по формуле Симпсона.

**Задание 2.** Составить таблицу конечных разностей функции, заданной аналитически  $y = x^3 - x^2 + 6x - 8$ , от начального значения  $x_0 = 0$  до конечного  $x_7$ , приняв шаг, равным  $h = 1$ .

**Задание 3.** Составить таблицу конечных разностей для функции заданной таблично:

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$y$	7,5	2	-3,5	-6	-2,5	10	34,5

**Задание 4.** Для функции заданной таблично, найти аналитическое выражение ее первой производной:

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y$	8	6	10	26	60	118	206	330	496

**Задание 5.** Найти значение функции (четыре значения), определяемое дифференциальным

уравнением  $y' = \frac{y - x}{y + x}$  при начальном условии  $y(0) = 1$ , с шагом  $h = 0,1$ , используя метод Эйлера.

### Задания для оценки освоения раздела 3 «Основы теории вероятности и математической статистики»

Обучающийся должен:

знать: формулы комбинаторики; классическое и геометрическое определения вероятности; определения события; определение стохастического эксперимента; понятия достоверного, невозможного и случайного события; определение совместных и несовместных событий; определение сложных и элементарных событий; понятие полной группы событий; основные аксиомы теории вероятностей; теорема суммы несовместных событий; теорема суммы совместных событий; теорема произведения зависимых событий; теорема произведения независимых событий; понятие условной вероятности; формулу полной вероятности; формулу Байеса; понятие независимых испытаний; формулу Бернулли; определение случайной величины; определение дискретной случайной величины; определение непрерывной случайной величины; понятие закона распределения случайной величины; понятие многоугольника распределения вероятностей; определение функции распределения; свойства функции распределения; функцию распределения дискретной случайной величины, ее свойства и график; функцию распределения непрерывной случайной величины, ее свойства и график; определение плотности распределения непрерывной случайной величины; числовые характеристики случайных величин; определение и формулы вычисления математического ожидания дискретной и непрерывной случайных величин; свойства математического ожидания; определение и формулы вычисления дисперсии дискретной и непрерывной случайных величин; основные свойства дисперсии; определение и формулы вычисления среднего квадратического отклонения дискретной и непрерывной случайных величин; равномерный закон распределения непрерывной случайной величины и его числовые характеристики; показательный закон распределения непрерывной случайной величины и его числовые характеристики; нормальный закон распределения непрерывной случайной величины и его числовые характеристики; понятие математической статистики и задачи математической статистики; определение генеральной совокупности и выборки; понятия статистического распределения, полигона, гистограммы; характеристики положения и рассеяния статистического распределения; оценку параметров генеральной совокупности по ее выборке; интервальную оценку; доверительный интервал и доверительную вероятность; уметь: вычислять вероятность используя классическое определение вероятности, теоремы теории вероятности, формулу полной вероятности. Формулу Байеса, формулу Бернулли; составлять закон распределения дискретной случайной величины; строить многоугольник

распределения вероятностей дискретной случайной величины составлять функцию распределения дискретной случайной величины и строить ее график; вычислять вероятность попадания случайной величины в интервал; находить плотность распределения непрерывной случайной величины и строить ее график; вычислять математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретных и непрерывных случайных величин; вычислять основные числовые характеристики равномерно распределенных и показательно распределенных случайных величин; используя по виду плотности распределения нормально распределенной непрерывной случайной величины находить основные числовые характеристики и вероятность попадания в интервал, а так же вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания; составлять статистическое распределение выборки; строить гистограмму; находить моду и медиану вариационного ряда; находить выборочное среднее, выборочную дисперсию и ошибку выборочного среднего выборки; находить оценку математического ожидания и дисперсии выборки; находить доверительные интервалы математического ожидания, дисперсии.

### Вопросы для самоконтроля:

1. Что такое комбинаторика?
2. Сформулируйте теорему суммы.
3. Сформулируйте теорему произведения.
4. Перечислите основные конфигурации комбинаторики.
5. Запишите формулы перестановок с повторениями и без повторений.
6. Запишите формулы размещений с повторениями и без повторений.
7. Запишите формулы сочетаний с повторениями и без повторений.
8. Сформулируйте определение вероятности.
9. Сформулируйте определение события.
10. Перечислите основные группы событий.
11. Что такое достоверное событие?
12. Что такое невозможное событие?
13. Что такое случайное событие?
14. Какие события называются совместными?
15. Какие события называются несовместными?
16. Какие события называются простыми?
17. Какие события называются сложными?
18. Какие события называются равновероятными?
19. Какие события называются зависимыми?
20. Какие события называются независимыми?
21. Что такое полная группа событий?
22. Какое событие называется противоположным?
23. Сформулируйте классическое определение вероятности.
24. Перечислите основные аксиомы теории вероятностей.
25. Сформулируйте геометрическое определение вероятности.
26. Сформулируйте теорему суммы двух несовместных событий.
27. Сформулируйте теорему суммы двух совместных событий.
28. Сформулируйте теорему произведения двух независимых событий.
29. Сформулируйте определение условной вероятности.
30. Сформулируйте теорему произведения двух зависимых событий.
31. Запишите формулу полной вероятности.
32. Запишите формулу Байеса.
33. Что называется испытанием Бернулли?
34. Запишите формулу Бернулли.
35. Что такое случайная величина?

36. Какая случайная величина называется дискретной?
37. Какая случайная величина называется непрерывной?
38. Что называют законом распределения дискретной случайной величины?
39. Что такое многоугольник распределения вероятностей?
40. Что называется функцией распределения вероятностей?
41. Перечислите свойства функции распределения?
42. Запишите формулу функции распределения дискретной случайной величины и перечислите ее основные свойства.
43. Функция распределения непрерывной случайной величины и ее основные свойства.
44. Что называется плотностью распределения вероятности непрерывной случайной величины?
45. Перечислите основные свойства плотности распределения вероятностей.
46. Какие показатели называются числовыми характеристики случайных величин?
47. Перечислите основные числовые характеристики случайных величин.
48. Что называется математическим ожиданием?
49. Запишите формулу вычисления математического ожидания дискретной случайной величины.
50. Запишите формулу вычисления математического ожидания непрерывной случайной величины.
51. Перечислите основные свойства математического ожидания случайных величин.
52. Что такое мода случайной величины?
53. Что называется дисперсией?
54. Запишите формулу дисперсии для дискретной случайной величины.
55. Запишите формулу дисперсии для непрерывной случайной величины.
56. Перечислите основные свойства дисперсии.
57. Что называется средним квадратическим отклонением?
58. Какой закон распределения называется равномерным?
59. Запишите формулу плотности распределения равномерно распределенной случайной величины.
60. Записать формулы вычисления числовых характеристик равномерно распределенной случайной величины.
61. Какой закон распределения называется показательным?
62. Запишите формулу плотности распределения показательного распределенной случайной величины.
63. Записать формулы вычисления числовых характеристик показательного распределенной случайной величины.
64. Какой закон распределения называется нормальным?
65. Запишите формулу плотности распределения нормально распределенной случайной величины.
66. Как называется график плотности распределения нормально распределенной случайной величины?
67. Перечислите основные свойства графика плотности нормального распределения.
68. Что такое математическая статистика?
69. В чем заключаются основные задачи математической статистики?
70. Что называется совокупностью?
71. Какая совокупность называется генеральной?
72. Что называется выборкой?
73. Что такое репрезентативность выборки?
74. Что называется вариационным рядом?
75. Что называется статистическим распределением выборки?
76. Что называется полигоном?

77. Что называется гистограммой?
78. Назовите характеристики положения выборочных данных.
79. Что называется медианой? Запишите формулу.
80. Что называется модой? Запишите формулу.
81. Что называется выборочной средней? Запишите формулу.
82. Назовите характеристики рассеяния выборочных данных.
83. Что называется выборочной дисперсией? Запишите формулу.
84. Что называется выборочным средним квадратическим отклонением? Запишите формулу.
85. Что называется оценкой параметра генеральной совокупности?
86. Какая оценка параметра называется несмещенной?
87. Какая оценка параметра называется эффективной?
88. Какая оценка параметра называется состоятельной?
89. Что такое исправленной выборочной дисперсией?
90. Что такое доверительный интервал?
91. Что такое уровень значимости?
92. Запишите доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной выборки.
93. Запишите доверительный интервал для дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.

### **Письменные опросы**

#### ***Письменный опрос №6 «Теория вероятностей».***

Время выполнения 15 мин.

Объект контроля: знание теории вероятностей.

Основные показатели оценки результата: формулировать классическое определение вероятности; записывать формулы полной и условной вероятности.

#### **Вариант №1**

1. Сформулируйте понятие случайного события.
2. Сформулируйте понятие достоверного события.
3. Какие события называются равносильными?
4. Что называется суммой событий?
5. Запишите формулу классического определения вероятности.
6. Чему равна вероятность суммы двух совместных событий?
7. Запишите формулу условной вероятности.
8. Сформулируйте понятие зависимых событий.
9. Чему равна вероятность произведения независимых событий.
10. Запишите формулу Байеса.

#### **Вариант №2**

1. Сформулируйте понятие вероятности.
2. Сформулируйте понятие невозможного события.
3. Какие события называются противоположными?
4. Что называется произведением событий?
5. Чему равна вероятность суммы двух несовместных событий?
6. Дайте понятие условной вероятности.
7. Сформулируйте понятие независимых событий.
8. Запишите формулировку теоремы умножения.
9. Запишите формулу полной вероятности.

10. Запишите формулу Бернулли.

***Письменный опрос №7 «Случайные величины».***

Время выполнения 15 мин.

Объект контроля: знание теории вероятностей и математической статистики.

Основные показатели оценки результата: формулировать основные понятия случайных величин; формулировать основные оценки генеральной совокупности.

**Вариант №1**

1. Сформулируйте понятие случайной величины.
2. Сформулируйте понятие непрерывной случайной величины.
3. Сформулируйте понятие закона распределения случайной величины.
4. Дайте понятие многоугольника распределения.
5. Сформулируйте понятие плотности распределения случайной величины.
6. Сформулируйте понятие математического ожидания случайной величины.
7. Перечислите свойства дисперсии.
8. Сформулируйте понятие равномерно распределенной случайной величины и запишите формулу плотности распределения вероятности.
9. Сформулируйте понятие нормально распределенной случайной величины и запишите формулу плотности распределения вероятности.

**Вариант №2**

1. Сформулируйте понятие дискретной случайной величины.
2. Сформулируйте понятие функции распределения случайной величины.
3. Перечислите свойства функции распределения случайной величины.
4. Перечислите свойства плотности распределения случайной величины.
5. Перечислите основные законы распределения непрерывной случайной величины.
6. Сформулируйте понятие дисперсии случайной величины.
7. Перечислите свойства математического ожидания.
8. Сформулируйте понятие показательного распределенной случайной величины и запишите формулу плотности распределения вероятности.
9. Перечислите свойства графика плотности нормального распределения.

***Письменный опрос №8 «Основы математической статистики.»***

Время выполнения 20 мин.

Объект контроля: знание теории вероятностей и математической статистики.

Основные показатели оценки результата: формулировать задачи математической статистики; формулировать определения совокупности и выборки; формулировать основные свойства выборки; формулировать понятия статистического распределения и вариационного ряда; изображать гистограмму и полигон; формулировать определения выборочной средней, медианы, моды статистического распределения; записывать формулы для вычисления выборочной средней, медианы и моды статистического распределения; записывать формулы выборочной дисперсии и выборочного среднего квадратического отклонения; формулировать понятие оценки генеральной совокупности; перечислять свойства оценки генеральной совокупности; находить доверительные интервалы и доверительную вероятность.

### Вариант №1

1. Что называется генеральной совокупностью?
2. Перечислите основные задачи математической статистики.
3. Что называется статистическим распределением выборки?
4. Сформулируйте понятие гистограммы.
5. Что называется выборочной средней? Запишите формулу.
6. Сформулируйте понятие медианы. Запишите формулу.
7. Запишите формулу выборочного среднего квадратического отклонения.
8. Сформулируйте понятие несмещенной оценки параметра генеральной совокупности.
9. Сформулируйте понятие состоятельной оценки параметра генеральной совокупности.
10. Запишите доверительный интервал для выборочной средней.

### Вариант №2

1. Что называется выборкой.
2. Какая выборка называется репрезентативной?
3. Сформулируйте понятие вариационного ряда?
4. Сформулируйте понятие полигона.
5. Сформулируйте понятие моды. Запишите формулу.
6. Что называется выборочной дисперсией? Запишите формулу.
7. Сформулируйте понятие оценки параметра генеральной совокупности.
8. Сформулируйте понятие эффективной оценки параметра генеральной совокупности.
9. Запишите формулу исправленной выборочной дисперсии.
10. Запишите доверительный интервал для оценки выборочной дисперсии.

### Задания к контрольной работе по теме 3.1 «Теория вероятностей»

**Задание 1.** Сколько существует трамвайных билетов, номера которых состоят из 6 цифр?

**Задание 2.** Сколькими способами читатель может выбрать 3 книжки из 5?

**Задание 3.** Сколько 4-значных чисел можно составить из 10 различных цифр, если цифры в числе не повторяются?

**Задание 4.** Сколько шестибуквенных слов можно составить из букв слова «высота», если под словом понимать любой набор букв?

**Задание 5.** В урне 40 шаров – по 10 красного, синего, желтого и зеленого цвета. Сколькими способами можно выбрать 4 шарика разного цвета?

**Задание 6.** Восемь пронумерованных шаров расставлены случайно в ряд. Какова вероятность того, что шары с номерами 4 и 5 будут расположены рядом?

**Задание 7.** Из колоды в 36 карт вынули 4 карты. Найти вероятность того, что среди вынутых карт – 2 дамы.

**Задание 8.** В электрическую цепь включены последовательно два предохранителя. Вероятность выхода из строя первого предохранителя равна 0,6, а второго 0,2. Определить вероятность прекращения питания в результате выхода из строя хотя бы одного предохранителя.

**Задание 9.** Имеется 4 урны. В первой урне 1 белый и 1 черный шары. Во второй урне 2 белых и 3 черных шара. В третьей урне 3 белых и 5 черных шаров. В четвертой урне 4 белых и 7 черных шаров. Вероятности выбора, соответственно, первой, второй, третьей и четвертой урн равны  $1/10$ ,  $1/5$ ,  $3/10$ ,  $2/5$ . Выбирается наугад одна из урн и из нее вынимается шар. Найти вероятность того, что этот шар – белый.

**Задание 10.** В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим

прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Найти вероятность того, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом.

### Задания к контрольной работе по теме 3.2 «Случайные величины.»

**Задание 1.** Производится четыре независимых испытания, в каждом из которых событие  $A$  может появиться с вероятностью 0,1. Рассматривается случайная величина  $X$  – число появлений события  $A$  в четырех испытаниях. Составить ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ , построить многоугольник распределения, найти функцию распределения  $F(x)$  и построить ее график.

**Задание 2.** Дан ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$x$	1	3	5	7
$p$	0,3	0,2	0,4	$p_4$

Найти значение вероятности  $p_4$ , построить многоугольник распределения, найти  $M(x)$ ,  $D(x)$ ,  $\sigma(x)$ .

**Задание 3.** Функция распределения случайной величины  $X$  имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{1+x^2}, & x > 0. \end{cases}$$

Найти ее плотность распределения.

**Задание 4.** Функция распределения случайной величины  $X$  имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Найти ее плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию.

**Задание 5.** Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке  $[3;8]$ . Найти вероятность попадания случайной величины в промежуток  $(4;6)$ .

**Задание 6.** Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $a = 40$  и дисперсией  $D(X) = 200$ . Найти вероятность попадания случайной величины в интервал  $(30;80)$ .

### Задания к контрольной работе по теме 3.3 «Основы математической статистики»

**Задание 1.** В результате испытания случайная величина  $X$  приняла следующие значения: 2, 6, 8, 4, 2, 5, 7, 6, 4, 4, 1, 5, 7, 6, 3, 1, 3, 5, 5, 3. Постройте дискретный вариационный ряд. Начертите полигон распределения и гистограмму. Найдите медиану и моду вариационного ряда.

**Задание 2.** Из генеральной совокупности извлечена выборка объемом  $n = 50$ :

$x_i$	2	5	7	10
$n_i$	16	12	8	14

Найти точечные оценки математического ожидания и генеральной дисперсии.

**Задание 3.** Изучали рост мужчин 25 лет для сельской местности. Объем выборки  $n = 21$ . По данным статистической обработки имеет:

Границы интервалов (см)	161 – 165	165 – 169	169 – 173	173 – 177	177 – 181
Относительная частота	0,04	0,19	0,47	0,19	0,09

Выборочное среднее  $\bar{x} = 70,16$ ; выборочное среднее квадратическое отклонение  $S = 3,6$ . Построить гистограмму распределения частот и определить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью  $p \geq 0,95$ .

**Задание 4.** Построить доверительный интервал с уровнем значимости  $\alpha \leq 0,1$  для выборочной дисперсии  $D(X)$  случайной величины  $X$ , имеющий нормальный закон распределения, если  $S^2 = 30$ ,  $n = 40$ .

### 3.5. Промежуточная аттестация

Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Математика» – дифференцированный зачёт.

Обязательным является развёрнутый ответ обучающегося на один из вопросов по заданию преподавателя.

**Время выполнения задания:** 90 минут на одного обучающегося.

**Оборудование:** бумага, шариковая ручка, ведомость.

#### Вопросы к контрольной работе

1. Функции: основные понятия и свойства.
2. Понятие абсолютной величины и  $\varepsilon$ -окрестности точки.
3. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
4. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы.
5. Замечательные пределы. Число  $e$ .
6. Раскрытие неопределенностей вида  $\left[ \frac{0}{0} \right]$  и  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ .
7. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка разрыва функции. Классификация точек разрыва функции. Свойства непрерывных функций.
8. Приращение функции приращение аргумента. Определение производной. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
9. Таблица производных. Производная сложной функции.
10. Дифференциал функции и его применение в приближенных вычислениях.
11. Схема исследования функции: область определения функции; множество значений функции; четность и нечетность функции; нули функции; промежутки знакопостоянства функции; возрастание и убывание функции и правило нахождения промежутков монотонности; точки экстремума функции и правило нахождения экстремума.
12. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции при помощи второй производной на промежутки выпуклости.
13. Функция двух независимых переменных. Основные понятия и определения.
14. Частные приращение и частные производные функции двух независимых переменных.
15. Полный дифференциал функции двух независимых переменных.

16. Производная по направлению функции двух независимых переменных.
17. Градиент функции нескольких переменных.
18. Понятие первообразной. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Таблица неопределенных интегралов.
20. Методы вычисления неопределенного интеграла: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла.
22. Основные свойства определенного интеграла геометрический смысл определенного интеграла.
23. Методы вычисления определенного интеграла: формула Ньютона-Лейбница, замена переменной в определенном интеграле.
24. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
25. Определение дифференциального уравнения. Основные понятия по теме дифференциальные уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
26. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
27. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и ход их решения.
28. Однородные дифференциальные уравнения. Способ их решения.
29. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Способ их решения.
30. Дифференциальные уравнения второго порядка. Основные понятия.
31. Однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Способы их решения.
32. Неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Способы их решения.
33. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
34. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
35. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Функция распределения дискретной и непрерывной случайной величины.
36. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.
37. Приближенное вычисление определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций, Симпсона.
38. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений.
39. Задачи математической статистики.
40. Генеральная совокупность и выборка.
41. Статистическое распределение (вариационный ряд).
42. Гистограмма, полигон.
43. Характеристики положения статистического распределения.
44. Характеристики рассеяния статистического распределения.
45. Оценка параметров генеральной совокупности по ее выборке.
46. Интервальная оценка. Доверительный интервал и доверительная вероятность.

#### Приблизительные задания к контрольной работе

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-11}{x}\right)^{\frac{x}{-5}}$ .

2. Вычислить пределы:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{3x^4 - 15}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x}{3x^2 - 15}$ .

3. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$ .

4. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{3x}$ .

5. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x - 10}{7x - x^2 - 10}$ .

6. Исследовать функцию  $f(x) = \frac{5x}{x - 6}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 6$ .

7. Исследовать функцию  $f(x) = 3x^2 - x^3$  и построить ее график.

8. Вычислить значение производной функций  $f(x) = 8x^2 - \ln x$  и  $f(x) = x^3 - 5x$  в точке  $x_0 = 4$ .

9. Найти производную функции  $y = (x^4 + 5x^2 - x)^7$ .

10. Найти производную функции  $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$ .

11. Найти производную функции  $y = e^{2x^5 - 8}$ .

12. Найти производную функции  $y = \ln(x^4 + -3x^2 - 2)$ .

13. Найти частные производные первого и второго порядка функции  $z = e^{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .

14. Найти полный дифференциал функции двух независимых переменных

$$z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

15. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$ .

16. Найти неопределённый интеграл методом замены переменной  $\int x^2 \cdot e^{x^2} dx$ .

17. Найти неопределённый интеграл методом замены переменной  $\int (6x + 11)^4 dx$ .

18. Найти неопределённый интеграл методом замены переменной  $\int \cos(6x - 1) dx$ .

19. Найти неопределённый интеграл методом замены переменной  $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$ .

20. Вычислите определенный интеграл  $\int_0^3 (5x + 1) dx$ .

21. Вычислите определенный интеграл  $\int_0^1 (x - 5) x dx$ .

22. Вычислите определенный интеграл  $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$ .
23. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 6t^2 + 4$ , измеряемая в м/с. Найти путь  $s$ , пройденный точкой за 5 с от начала движения.
24. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
25. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
26. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + 4y' = 0$ .
27. Решить задачу Коши:  $y' = 7x^3 - 2x^2 + 4x + 8$ ,  $y(1) = -1$ .
28. Решить дифференциальное уравнение  $y' = 11x$ .
29. Даны множества  $A = \{3, 4, 7, 8, 9\}$  и  $B = \{4, 5, 6, 8, 9\}$ . Найдите  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ . Изобразить данные операции при помощи кругов Эйлера.
30. Докажите, что для любых множеств  $A$ ,  $B$ ,  $C$  верно равенство  $(A \cap B) \cup C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ .
31. Найти пересечение и объединение множеств  $A$  и  $B$ ,  $A = \{14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$  и  $B = \{1, 12, 14, 20, 22, 24\}$ .
32. Даны множества:  $A$  – множество натуральных чисел;  $B$  – множество чисел, кратных 2;  $C$  – множество чисел кратных 5. изобразите эти множества на кругах Эйлера. Отметьте штриховкой множество  $X$  и укажите характеристическое свойство его элементов, если  $X = A \setminus B \cap C$ ,  $X = B \cap A \cup A$ .
33. Из колоды в 36 карт вынимается одна. Какова вероятность, что это будет пика или туз.
34. Имеется 6 билетов в театр, 4 из которых – на места 1-го ряда. Какова вероятность того, что из трех наудачу выбранных билетов два окажутся на места 1-го ряда?
35. В ящике имеется 8 красных, 6 синих и 4 белых шара. Какова вероятность того, что в первый раз будет вынут красный шар, во второй раз – синий и в третий раз – белый? (Вынутые шары после каждого испытания возвращаются обратно).
36. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом автомате равна 0,075, а на втором - 0,09. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь нестандартна.
37. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Известно, что вероятности выхода за час для различных дорог равны соответственно 0,6; 0,3; 0,2; 0,1; 0,1. Какова вероятность того, что он пошел по третьей дороге, если известно, что он вышел из лесу через час.
38. Сколькими способами можно составить букеты из цветов: ромашка, василёк, ландыш, астра, лилия, анютины глазки, пион, георгин (каждый вид по одному), если в букете 3 цветка?
39. Сколько 3-значных чисел можно составить из 8 различных цифр, если цифры в числе не повторяются?

40. В урне 40 шаров – по 30 красного цвета и 10 синего. Сколькими способами можно выбрать 4 шара два из которых красного и два синего цвета?
41. В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один приз в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть  $X$  - величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины.
42. Дан ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$x$	7	0	2	6
$P$	,5	,1	,3	,4

Найти значение вероятности  $p_4$ , построить многоугольник распределения, найти  $M(x)$ ,  $D(x)$ ,  $\sigma(x)$ .

43. В результате испытания случайная величина  $X$  приняла следующие значения: 2, 6, 8, 4, 2, 5, 7, 6, 4, 4, 1, 5, 7, 6, 3, 1, 3, 5, 5, 3. Постройте дискретный вариационный ряд. Начертите полигон распределения и гистограмму. Найдите медиану и моду вариационного ряда.
44. Построить доверительный интервал с уровнем значимости  $\alpha \leq 0,1$  для выборочной дисперсии  $D(X)$  случайной величины  $X$ , имеющий нормальный закон распределения, если  $S^2 = 30$ ,  $n = 40$ .

## КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ

### Критерии оценки тестового задания

В процентном соотношении оценки (по пятибалльной системе) выставляются в следующих диапазонах:

“2” – менее 60%

“3” – 60%-75%

“4” – 75%-90%

“5” – 90%-100%

### Критерии оценки устного ответа

**«5» (отлично)** Обучающийся в полном объеме ответил на все вопросы и дополнительные вопросы, поставленные преподавателем, умеет работать со всеми видами источников, проявив самостоятельность и знания межпредметного характера, применять принципы учебной дисциплины в жизни.

**«4» (хорошо)** Обучающийся раскрыл содержание вопросов, но в его ответе содержатся недочеты или одна не грубая ошибка; при ответе на поставленные вопросы имеются незначительные замечания и поправки со стороны преподавателя. Обучающийся может самостоятельно добывать знания, пользуясь различными источниками, имеет развитые практические умения, но необязательно их применять.

**«3» (удовлетворительно)** Обучающийся раскрыл более, чем на 50% содержание вопросов, но его ответ содержит недочеты или 2-3 негрубые ошибки, при ответе на поставленные вопросы преподаватель оказывал ему значительную помощь в виде наводящих вопросов.

Обучающийся знает только основные принципы, умеет добывать знания лишь из основных источников, частично сформированы знания и умения.

**«2» (неудовлетворительно)** Обучающийся раскрыл менее, чем на 50% содержание вопросов, его ответ содержит более двух грубых ошибок, при ответе на поставленные вопросы преподаватель оказывал ему постоянную помощь. Обучающийся не умеет самостоятельно работать с источниками, не знает принципов учебной дисциплины, у него не сформированы знания и умения.

## Список рекомендуемой литературы:

### Основные источники:

1. Шипачев В. С. Математика: учебник и практикум для СПО / В. С. Шипачев; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова; под ред. А. Н. Тихонова. - 8-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2016. - 447 с. - (Профессиональное образование). - Кн. доступна в электрон. библиотечной системе biblio-online.ru. - ISBN 978-5-9916-6154-6: 845-58.

### Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика.: учебник / Башмаков М.И. — Москва: КноРус, 2019. — 394 с. — (СПО). — ISBN 978-5-406-06554-9. — URL: <https://book.ru/book/929528>.

### Интернет-ресурсы

1. Информационные, тренировочные и контрольные материалы) - [www.fcior.edu.ru](http://www.fcior.edu.ru);
2. Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов [www.school-collection.edu.ru](http://www.school-collection.edu.ru);
3. Сайт о математике. Включает в себя разделы высшей, школьной и занимательной математики, а также историю науки. Особое внимание уделено вопросу подготовки к ЕГЭ по математике - <http://free-math.ru>;
4. Сайт «Учительской газеты» - <http://www.ug.ru>;
5. Сайт методического журнала для учителей математики «Математика» - <http://mat.1september.ru>;
6. Сайт журнала «Вестник образования» - <http://www.vestnik.edu.ru>
7. Библиотека по математике - <http://mathemlib.ru/news>